ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Έλεγχος Υποθέσεων – Εφαρμογές

7.1 Παράμετροι και Στατιστικά

Ο στόχος της επαγωγικής στατιστικής είναι η εκτίμηση των παραμέτρων του πληθυσμού από στατιστικό μέγεθος ενός δείγματος. Οι κυριότερες παράμετροι και τα αντίστοιχα στατιστικά μεγέθη που συναντάμε συχνά στον έλεγχο υποθέσεων συνοψίζονται στον Πίνακα 7.Ι

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.Ι ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ

Μέτρο	Παράμετρος Πληθυσμού	Στατιστικό Δείγματος
Μέση τιμή	μ	$\bar{X}$
Διαφορά Μέσων Τιμών	$\mu_X - \mu_Y$	$\bar{X} - \bar{Y}$
Τυπική απόκλιση	σ	s
Αναλογία	π	p
Συσχέτιση	ρ	r

Επειδή η έμφαση του συγγράμματος αυτού είναι η Μεθοδολογία Έρευνας και η αναφορά σε μεθόδους ανάλυσης δεδομένων και όχι σε εμβάθυνση επαγωγικής στατιστικής, παρουσιάζονται βασικές στατιστικές δοκιμασίες ελέγχου υποθέσεων που απαντώνται συχνά. Αυτές αναφέρονται στον Πίνακα 7.ΙΙ.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.ΙΙ ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ ΔΟΚΙΜΑΣΙΕΣ

Δοκιμασία	Μηδενική Υπόθεση	Στατιστική Δοκιμασία	Βαθμοί Ελευθερίας
z-test μίας ομάδας **Σύγκριση δείγματος με πληθυσμό. Γνωστά μ, σ.**	$\mu = \mu_0$	$z = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$	$-$
t-test μίας ομάδας **Σύγκριση δείγματος με πληθυσμό. Γνωστό μ και άγνωστο σ.**	$\mu = \mu_0$	$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$	$n - 1$
Paired t-test **1. Σύγκριση του ίδιου δείγματος κάτω από δύο διαφορετικές συνθήκες 2. Σύγκριση δύο δειγμάτων όπου τα υποκείμενα αποτελούν «ζευγάρια»**	$\mu_X - \mu_Y = 0$	$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$	$n - 1$
Independent samples t-test **Σύγκριση δύο ανεξάρτητων δειγμάτων τα οποία διαφέρουν ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή.**	$\mu_1 = \mu_2$	$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	$n_1 + n_2 - 2$
χ^2 -test **Σύγκριση Αναλογιών σε ποιοτικά δεδομένα**	$\pi_1 = \pi_2 = \cdots = \pi_n$	$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$	$(r - 1) \cdot (c - 1)$ όπου $r \times c$ οι διαστάσεις του πίνακα συνάφειας
t-test correlation **Έλεγχος δείκτη συνάφειας**	$\rho = 0$	$t = r\sqrt{\frac{n - 2}{1 - r^2}}$	$n - 2$

Στη συνέχεια υπάρχει μια σειρά από παραδείγματα διαφόρων στατιστικών δοκιμασιών. Κάποια έχουν λυθεί αναλυτικά χρησιμοποιώντας την αντίστοιχη στατιστική δοκιμασία, κάποια έχουν λυθεί με το στατιστικό πακέτο SPSS® και κάποια και στα δύο. Σε σχέση με το SPSS® δεν παρουσιάζονται όλες οι λεπτομέρειες, καθώς δεν αποτελούν σκοπό του συγγράμματος αυτού, αλλά η βασικές αρχές.

7.2 Παραδείγματα t-test- Ποσοτικά δεδομένα: μία ομάδα

7.2.1 Παράδειγμα

Έρευνες έχουν δείξει ότι ο μέσος όρος ύπνου είναι 8 ώρες στο γενικό πληθυσμό (Knutson, et al., 2010). Μας ενδιαφέρει αν οι φοιτητές έχουν διαφορετικές συνήθειες από το γενικό πληθυσμό σε σχέση με τις ώρες ύπνου καθώς έχει παρατηρηθεί ότι έρχονται συχνά αργοπορημένοι στα μαθήματά τους λόγω του ότι έχουν ξενυχτήσει.

Ρωτήθηκαν 10 φοιτητές για τις ώρες ύπνου τους και απάντησαν:

6, 5, 4, 3, 10, 7, 6, 5, 8, 7

Να βρεθεί αν όντως οι φοιτητές κοιμούνται διαφορετικές ώρες από το γενικό πληθυσμό. (Δίνεται για διευκόλυνση η τυπική απόκλιση του δείγματος s =2 ώρες)

Λύση

Χρησιμοποιούμε t-test για ένα δείγμα δεδομένων. Πρώτα ορίζουμε τη μηδενική υπόθεση ***H0*** και την εναλλακτική υπόθεση *H1*.

H_0	$\boldsymbol{\mu_{ΦΟΙΤ.} = \mu_{Γ.Π.}}$	**Οι φοιτητές κοιμούνται ίδιες ώρες με το γενικό πληθυσμό..**
H_1	$\boldsymbol{\mu_{ΦΟΙΤ.} \neq \mu_{Γ.Π.}}$	**Οι φοιτητές δεν κοιμούνται ίδιες ώρες με το γενικό πληθυσμό.**

Εκφράζεται και με άλλους τρόπους, π.χ. ***κοιμούνται διαφορετικές ώρες από το γενικό πληθυσμο.***

Για μια ομάδα δεδομένων το t-test εκφράζεται ως:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

όπου $\bar{x}$ ο μέσος όρος του δείγματος

μ ο μέσος όρος του πληθυσμού (8 ώρες)

s τυπική απόκλιση δείγματος

n το πλήθος δείγματος

Βρίσκουμε το $\overline{x}$

$$\overline{x} = \frac{6+5+4+3+10+7+6+5+8+7}{10} = 6{,}1$$

Επομένως

$$t = \frac{\overline{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{6{,}1 - 8}{2/\sqrt{10}} = -3$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον Πίνακα t-table ώστε να συγκρίνουμε την κρίσιμη τιμή t του Πίνακα με την τιμή t που βρήκαμε. Για το σκοπό αυτό πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τους βαθμούς ελευθερίας df .

Οι βαθμοί ελευθερίας είναι

$$df = n - 1$$

Επομένως για το παράδειγμά μας είναι:

$$df = 10 - 1 = 9$$

Από τον Πίνακα παρακάτω βλέπουμε ότι η τιμή διπλής κατεύθυνσης 0,05 είναι t=2,262.

Χρησιμοποιούμε διπλής κατεύθυνσης γιατί η υπόθεση μας δε δίνει κατεύθυνση (επομένως είναι διπλής κατεύθυνσης) και έτσι μας ενδιαφέρει κατ' απόλυτο τιμή ότι η t-τιμή που βρήκαμε είναι ***μεγαλύτερη της παραπάνω κρίσιμης τιμής (2,262)***.

Επομένως είναι στατιστικώς σημαντική η διαφορά και έτσι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική που λέει ότι ***Οι φοιτητικές δεν κοιμούνται ίδιες ώρες με το γενικό πληθυσμό.***

Κρίσιμες t Τιμές

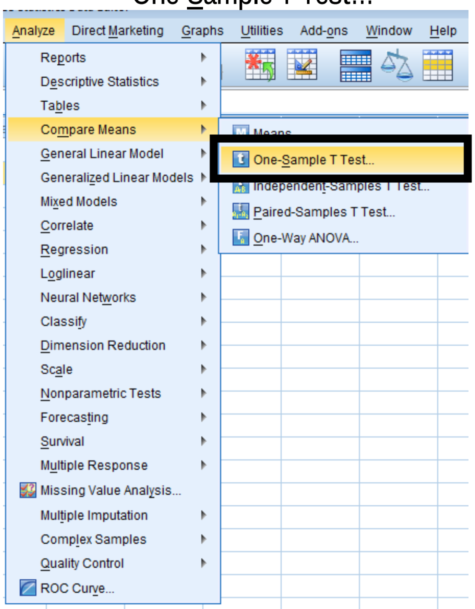
1 –κατεύθυνση	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
2 –κατεύθυνση	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα είχαμε οδηγηθεί με τη χρήση του SPSS® ακολουθώντας τη διαδικασία *One sample t-test*.

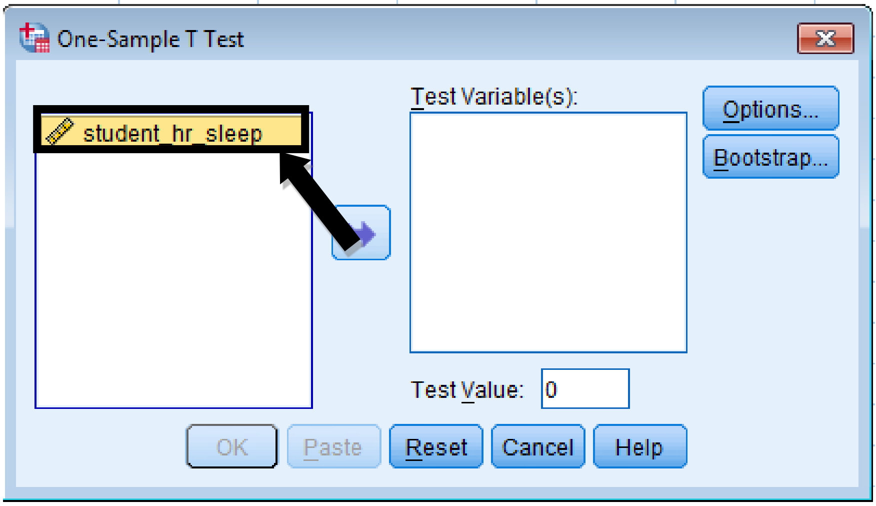
1. Εισάγουμε τα δεδομένα και ονομάζουμε τα δεδομένα μας σε student_hr_sleep. Για να πραγματοποιήσουμε την ανάλυση One sample t-test επιλέγουμε κάτω από το Analyze>>>

Compare Means>>>

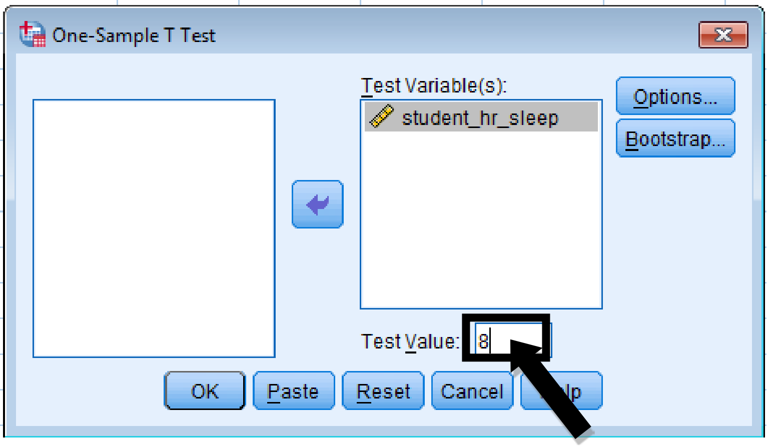
One-Sample T Test...



2. Στο καινούργιο παράθυρο που εμφανίζεται επιλέγουμε τη μεταβλητή student_hr_sleep για να την τοποθετούμε στη θέση Test Variable.



3. Στην επιλογή **Test Value** βάζουμε την τιμή 8 (αυτό είναι το μ_0).



4. Παρατηρούμε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση από τον Πίνακα One-Sample Statistics:

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
student_hr_sleep	10	6.10	2.025	.640

Μέση τιμή

Τυπική απόκλιση

5. Η απάντηση στα ερευνητικά μας ερωτήματα βρίσκεται στην τιμή κάτω από το **Sig. (2-tailed)** στον Πίνακα One-Sample Test:

One-Sample Test

	Test Value = 8					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
student_hr_sleep	-2.967	9	.016	-1.900	-3.35	-.45

Για την υπόθεση Διπλής κατεύθυνσης ($\mu=\mu_0$) βλέπουμε ότι η τιμή p=.016 είναι μικρότερη από .05 και επομένως απορρίπτουμε τη μηδενική και δεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση:

H1: Οι φοιτητές δεν κοιμούνται ίδιες ώρες με το γενικό πληθυσμό. *($\mu\neq\mu_0$)*

7.2.2 Παράδειγμα

Μία κλίμακα που χρησιμοποιείται για την μέτρηση του άγχους σε παιδιά σχολικής ηλικίας είναι το Children's Manifest Anxiety Scale. Γενικά στον παιδικό πληθυσμό ο μέσος όρος της κλίμακας αυτής είναι μ=3,87.

Ερευνητές ενδιαφέρονταν να εξετάσουν αν παιδιά σχολικής ηλικίας με προβλήματα ομιλίας/λόγου είχαν διαφορετικά επίπεδα άγχους από το τυπικό πληθυσμό παιδιών σχολικής ηλικίας.

Για το σκοπό αυτό μελέτησαν 36 παιδιά σχολικής ηλικίας με προβλήματα ομιλίας/λόγου και βρήκαν μέσο όρο 4,39 και τυπική απόκλιση 2,61.

Να βρεθεί αν τα παιδιά με προβλήματα ομιλίας/λόγου έχουν το ίδιο άγχος με τον πληθυσμό των τυπικών παιδιών σχολικής ηλικίας.

Λύση

Χρησιμοποιούμε t-test για ένα δείγμα δεδομένων. Πρώτα ορίζουμε τη μηδενική υπόθεση H_0 και την εναλλακτική υπόθεση H_1.

H_0	$\mu_{ΠΡΟΒ.Λ/Ο} = \mu_{Τ.Π.}$	**Τα παιδιά σχολικής ηλικίας με προβλήματα ομιλίας/λόγου έχουν το ίδιο άγχος σύμφωνα με το Children's Manifest Anxiety Scale με τα παιδιά σχολικής ηλικίας στο τυπικό πληθυσμό.**
H_1	$\mu_{ΠΡΟΒ.Λ/Ο} \neq \mu_{Τ.Π.}$	**Τα παιδιά σχολικής ηλικίας με προβλήματα ομιλίας/λόγου δεν έχουν το ίδιο άγχος σύμφωνα με το Children's Manifest Anxiety Scale με τα παιδιά σχολικής ηλικίας στο τυπικό πληθυσμό.**

Για μια ομάδα δεδομένων το t-test εκφράζεται ως:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

όπου: $\bar{x}$ ο μέσος όρος του δείγματος =4,39

μ ο μέσος όρος του τυπικού πληθυσμού =3,87

s τυπική απόκλιση δείγματος = 2,61

n το πλήθος δείγματος = 36

Επομένως:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{4{,}39 - 3{,}87}{2{,}61/\sqrt{36}} = 1{,}20$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον Πίνακα κρίσιμων τιμών t ώστε να συγκρίνουμε την κρίσιμη τιμή t του Πίνακα με την τιμή t που βρήκαμε.

Για το σκοπό αυτό πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τους βαθμούς ελευθερίας df . Οι βαθμοί ελευθερίας είναι

$$df = n - 1 = 36 - 1 = 35 \ .$$

Επειδή δεν υπάρχει η τιμή $df = 35$, χρησιμοποιούμε την πλησιέστερη τιμή που είναι $df = 40$. Από τον *t*- Πίνακα παρακάτω βλέπουμε ότι η τιμή διπλής κατεύθυνσης 0,05 είναι t=2,021.

Χρησιμοποιούμε διπλής κατεύθυνσης γιατί η υπόθεση μας δε δίνει κατεύθυνση (επομένως είναι διπλής κατεύθυνσης) και έτσι μας ενδιαφέρει κατ' απόλυτο τιμή ότι η t-τιμή που βρήκαμε είναι ***μικρότερη της παραπάνω κρίσιμης τιμής (2,021)***.

Επομένως δεν είναι στατιστικώς σημαντική η διαφορά και έτσι δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση H_0 και που λέει ότι «***Τα παιδιά σχολικής ηλικίας με προβλήματα ομιλίας/λόγου έχουν το ίδιο άγχος σύμφωνα με το*** *Children's Manifest Anxiety Scale* ***με τα παιδιά σχολικής ηλικίας στο γενικό πληθυσμό.»***

Κρίσιμες t Τιμές

1 –κατεύθυνση	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
2 –κατεύθυνση	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551

7.3 Παραδείγματα Paired t-test

7.3.1 Παράδειγμα

37 ασθενείς με εγκεφαλικό αξιολογήθηκαν με βάση την Κορεάτικη έκδοση του Western aphasia battery (K-WAB) πριν και μετά από λογοθεραπεία. Οι ασθενείς συμμετείχαν σε 10 συνολικά συνεδρίες των 30 λεπτών σε διάρκεια 2-3 βδομάδων. Τα αποτελέσματα για τη δοκιμασία Κατονομασίας (naming) βρέθηκαν:

- Μέση τιμή Πριν 24.84
- Μέση τιμή Μετά 39,65

Έστω ότι η τυπική απόκλιση της διαφοράς είναι $s_d = 25$.

α) Να βρεθεί αν είναι σημαντικά τα αποτελέσματα σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0.05.

β) Να βρεθεί αν τα αποτελέσματα δείχνουν βελτίωση σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας 0.05.

Λύση

α) Με βάση την ερώτηση μπορούμε να ορίσουμε τις υποθέσεις μας ως εξής:

H_0	$\mu_{META} - \mu_{\Pi PIN} = 0$	**Δεν υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά σε ασθενείς με εγκεφαλικό στη δοκιμασία κατονομασίας του** K-WAB **πριν και μετά τη θεραπεία 30 λεπτών σε 2-3 εβδομάδες.**
H_1	$\mu_{META} - \mu_{\Pi PIN} \neq 0$	**Υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά σε ασθενείς με εγκεφαλικό στη δοκιμασία κατονομασίας του** K-WAB **πριν και μετά τη θεραπεία 30 λεπτών σε 2-3 εβδομάδες.**

Επομένως έχουμε διπλής κατεύθυνσης υπόθεση. Η μέση τιμή της διαφοράς $\bar{d}$ είναι η διαφορά των μέσων τιμών.

$$\bar{d} = 39{,}65 - 24{,}84 = 14{,}81$$

Η t τιμή υπολογίζεται:

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{14{,}81}{25 / \sqrt{37}} = 3{,}60$$

Οι βαθμοί ελευθερίας είναι: $df = n - 1 = 37 - 1 = 36$

Από τον ***t***-Πίνακα παρακάτω βλέπουμε ότι δεν υπάρχει το $df = 36$ επομένως χρησιμοποιούμε το πλησιέστερο στο $df = 36$ που είναι το $df = 40$

Χρησιμοποιούμε διπλής κατεύθυνσης γιατί η υπόθεση μας δε δίνει κατεύθυνση. Για διπλής κατεύθυνσης **0,05** και $df = 40$ βρίσκουμε t=2,021 και έτσι μας ενδιαφέρει κατ' απόλυτο τιμή ότι η t-τιμή που βρήκαμε είναι ***μεγαλύτερη της παραπάνω κρίσιμης τιμής (2,021)***.

> Προσοχή!! Λόγω Διπλής Κατεύθυνσης συγκρίνουμε την τιμή του Πίνακα με την απόλυτη τιμή του t που βρήκαμε καθώς θα μπορούσε το αποτέλεσμα να είναι αρνητικό.

Επομένως είναι στατιστικώς σημαντική η διαφορά και έτσι απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική που λέει ότι **«υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά σε ασθενείς με εγκεφαλικό στη δοκιμασία κατονομασίας του** K-WAB **πριν και μετά τη θεραπεία 30 λεπτών σε 2-3 εβδομάδες».**

β) Με βάση την ερώτηση αυτή μπορούμε να ορίσουμε τις υποθέσεις μας ως εξής:

H_0	$\mu_{META} - \mu_{\Pi PIN} \leq 0$	**Δεν υπάρχει στατιστικώς σημαντική βελτίωση σε ασθενείς με εγκεφαλικό στη δοκιμασία κατονομασίας του** K-WAB **μετά τη θεραπεία 30 λεπτών σε 2-3 εβδομάδες.**
H_1	$\mu_{META} - \mu_{\Pi PIN} > 0$	**Υπάρχει στατιστικώς σημαντική βελτίωση σε ασθενείς με εγκεφαλικό στη δοκιμασία κατονομασίας του** K-WAB **μετά τη θεραπεία 30 λεπτών σε 2-3 εβδομάδες.**

Επομένως έχουμε ***μονής κατεύθυνσης υπόθεση***. Ο υπολογισμός των $\bar{d}$ και ***t*** οδηγούν στα ίδια αποτελέσματα, όπως στο (α) και ισχύουν τα ίδια όπως παραπάνω για το df .

Προσοχή!! Πριν προχωρήσουμε στη σύγκριση με την ***t*** κρίσιμη τιμή, θα πρέπει να επιβεβαιώσουμε ότι το πρόσημο του στατιστικού ***t*** που υπολογίσαμε είναι στη σωστή κατεύθυνση για το πρόβλημα, δηλαδή θετικό εφόσον κάναμε την αφαίρεση ΜΕΤΑ-ΠΡΙΝ. Αν είναι αρνητικό δεν έχει νόημα να προχωρήσουμε καθώς ο μέσος όρος δεν δείχνει βελτίωση αλλά χειροτέρευση!

Επομένως για μονής κατεύθυνσης (one-sided) **0,05** και $df = 40$ βρίσκουμε t=1,684

1 –κατεύθυνση	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
2 –κατεύθυνση	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
df											
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.31	636.62
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327	31.599
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215	12.924
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551

Βλέπουμε ότι το 3,60> 1,684. Επομένως είναι στατιστικώς σημαντική η διαφορά και έτσι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική που λέει ότι **«υπάρχει στατιστικώς σημαντική βελτίωση σε ασθενείς με εγκεφαλικό στη δοκιμασία κατονομασίας του** K-WAB **μετά τη θεραπεία 30 λεπτών σε 2-3 εβδομάδες».**

7.3.2 Παράδειγμα

Οχτώ μαθητές Λυκείου με τραυλισμό εξετάστηκαν γραπτά και προφορικά σε ένα μάθημα και η επίδοσή τους δίνεται παρακάτω (με άριστα το 100):

Μαθητής	1	2	3	4	5	6	7	8
ΓΡΑΠΤΑ	20	28	15	60	40	80	20	12
ΠΡΟΦΟΡΙΚΑ	40	50	40	20	20	60	30	30

Δίνεται το $s_d = 25$

Να βρεθεί αν υπάρχει <u>καλύτερη</u> επίδοση των μαθητών στα γραπτά σε σχέση με τα προφορικά.

<u>*Λύση*</u>

Με βάση την ερώτηση μπορούμε να ορίσουμε τις υποθέσεις μας ως εξής:

H_0	$\boldsymbol{\mu_{ΓΡ} - \mu_{ΠΡ} \leq 0}$	**Δεν είναι καλύτερη η επίδοση στα γραπτά από τα προφορικά σε μαθητές που τραυλίζουν.**
H_1	$\boldsymbol{\mu_{ΓΡ} - \mu_{ΠΡ} > 0}$	**Είναι καλύτερη στην επίδοση στα γραπτά από τα προφορικά σε μαθητές που τραυλίζουν.**

Επομένως έχουμε μονής κατεύθυνσης υπόθεση. Πρέπει να υπολογίσουμε το $\bar{d}$.

Μαθητής	ΓΡΑΠΤΑ	ΠΡΟΦΟΡΙΚΑ	d = Γραπτά-Προφορικά
1	20	40	-20
2	28	50	-22
3	15	40	-25
4	60	20	40
5	40	20	20
6	80	60	20
7	20	30	-10
8	12	30	-18

$$\bar{d} = \frac{-20-22-25+40+20-20-10-18}{8} = -1{,}875$$

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{-1{,}875}{25/\sqrt{8}} = -0{,}21$$

Προσοχή!! Λόγω Μονής Κατεύθυνσης μας ενδιαφέρει το πρόσημο. Αφαιρέσαμε ΓΡΑΠΤΑ-ΠΡΟΦΟΡΙΚΑ και βρήκαμε αρνητική τιμή, δηλαδή χειρότερη επίδοση στα γραπτά σε σχέση με τα προφορικά <u>όχι καλύτερη</u>. Επομένως δεν έχουμε λόγο να προχωρήσουμε τον έλεγχο υποθέσεων.

7.3.3 Παράδειγμα (με SPSS®)

12 άτομα με πρόβλημα τραυλισμού συμμετείχαν σε ένα εντατικό πρόγραμμα θεραπείας και μετρήθηκε η επίδοσή τους πριν και μετά τη θεραπεία[1] με τη χρήση του εργαλείου Stuttering Severity Instrument (SSI-4), όπως φαίνεται παρακάτω:.

SSI4_before	SSI4_after
26	22
12	7
19	16
30	29
18	14
25	19
18	19
25	20
20	21
14	11
22	18
17	14

Να βρεθεί αν η θεραπεία είναι αποτελεσματική. Δηλαδή αν υπάρχει Βελτίωση μετά τη θεραπεία.

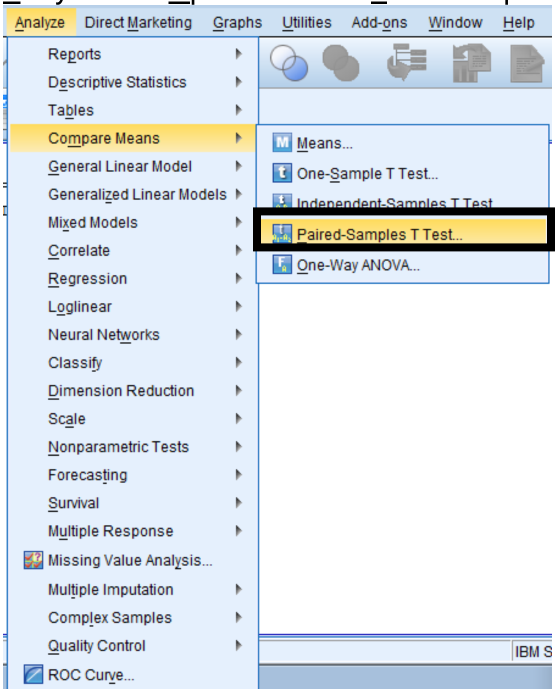
Εφόσον έχει χρησιμοποιηθεί το εργαλείο SSI-4 το οποίο δείχνει τη σοβαρότητα τραυλισμού, για να είναι αποτελεσματική η θεραπεία θα πρέπει να είναι στατιστικώς σημαντική η <u>μείωση της τιμής του SSI-4 μετά τη θεραπεία</u>.

[1] Η έρευνα αυτή στηρίχθηκε στην έρευνα Blomgren, M., Roy, N., Callister, T., & Merrill, R. M. (2005). Intensive stuttering modification therapy: A multidimensional assessment of treatment outcomes. Journal of Speech, Language and Hearing Research, 48(3), 509-523.

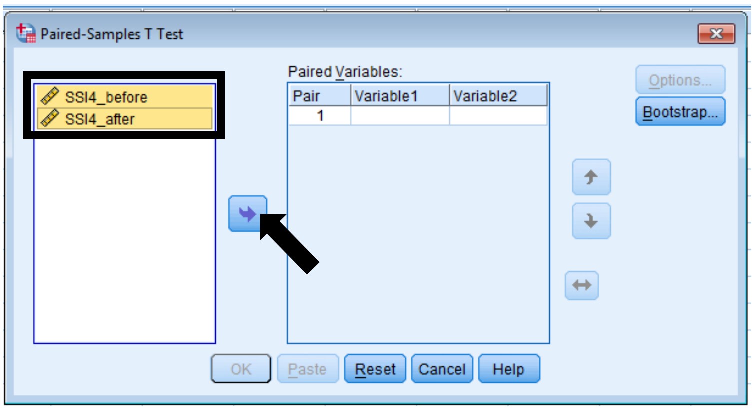
Επομένως ορίζουμε τις υποθέσεις ως εξής:

H_0	$\mu_{META} - \mu_{\Pi PIN} \geq 0$	**Η εντατική θεραπεία δεν έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του τραυλισμού με βάση το εργαλείο SSI-4..**
H_1	$\mu_{META} - \mu_{\Pi PIN} < 0$	**Η εντατική θεραπεία έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του τραυλισμού με βάση το εργαλείο SSI-4.**

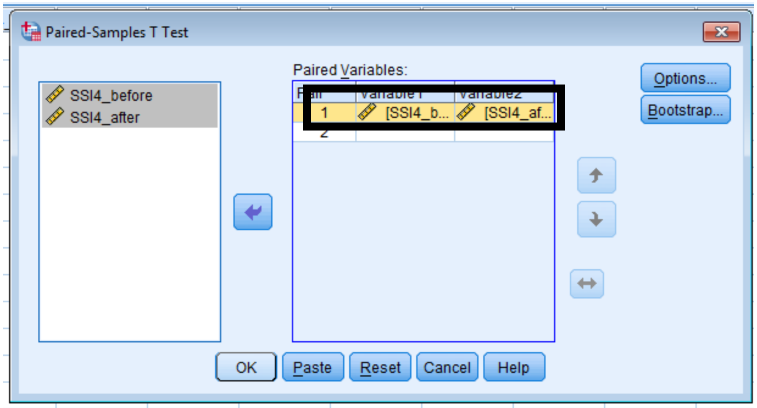
Στο SPSS® 20 αφού περάσουμε τα δεδομένα μας χρησιμοποιούμε το Paired Samples t-Test Analyze>>>Compare Means>>> Paired-Samples T Test...



Στην καρτέλα που εμφανίζεται επιλέγουμε το ζευγάρι που θέλουμε να συγκρίνουμε:



Η καρτέλα παίρνει τη μορφή:



Οι μέσες τιμές για το εργαλείο SSI-4 πριν και μετά τη θεραπεία είναι 20,50 και 17,50 όπως φαίνεται από τον Πίνακα Paired Samples Statistics.

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	SSI4_before	20.50	12	5.266	1.520
	SSI4_after	17.50	12	5.681	1.640

Η στατιστική σημαντικότητα βρέθηκε .001 όπως φαίνεται στη στήλη Sig. (2-tailed) του Πίνακα Paired Samples Test.

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
					95% Confidence Interval of the Difference				
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1	SSI4_before - SSI4_after	3.000	2.256	.651	1.566	4.434	4.606	11	.001

Επειδή όμως οι υποθέσεις μας είναι <u>μονόπλευρες η τιμή πρέπει να διαιρεθεί με το 2</u>, επομένως : $p = \frac{.001}{2} = .0005$ είναι μικρότερη από .05 και επομένως απορρίπτουμε τη μηδενική και δεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση:

H1: Η εντατική θεραπεία έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση του τραυλισμού με βάση το εργαλείο SSI-4. ***($\mu_{μετά} < \mu_{πριν}$)***

7.4 Σύγκριση άνω των δύο επαναλαμβανόμενων μετρήσεων χρήση ANOVA

Στην περίπτωση που έχουμε άνω των δύο επαναλαμβανόμενων μετρήσεων πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της ανάλυσης διακύμανσης ANalysis Of Variance (ANOVA).

Παράδειγμα 7.4.1.

25 υγιείς γυναίκες ηλικίας 20-25 ετών συμμετείχαν σε μελέτη της ανάλυσης φωνής κάτω από 3 συνθήκες έντασης: κανονικής, χαμηλής και υψηλής.[2] Σε κάθε συνθήκη παρήγαγαν σταθερή φώνηση του /α/ για περίπου 3sec. Μετά από ανάλυση βρέθηκαν οι τιμές για την παράμετρο βασική συχνότητα f0 σε Hz:

f0_a_normal	f0_a_loud	f0_a_soft
201,16	257,32	188,04
226,33	262,51	219,55
219,98	229,85	210,05
238,72	242,62	223,22
223,15	246,18	214,80
179,82	212,99	209,28
197,85	242,81	160,37
216,00	238,97	180,79
240,04	297,10	241,67
224,81	233,50	231,33
227,24	258,34	206,43
169,19	203,82	173,15
210,30	227,03	209,24
268,09	323,92	212,77
193,79	290,71	167,58
215,43	348,21	174,94
182,59	221,22	188,45
235,92	256,05	224,69
198,41	222,83	208,21
252,64	304,93	236,09
186,22	231,84	209,75
191,64	213,79	194,75
207,23	243,35	212,20
232,40	243,35	228,98
214,42	288,54	207,93

Να βρεθεί αν υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά της βασικής συχνότητας κάτω από τις τρεις συνθήκες και αν ναι, συγκεκριμένα ποιες;

Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τη διαδικασία ANOVA για επαναληπτικές μετρήσεις (repeated measures) καθώς έχουμε μετρήσεις μιας ομάδας σε παραπάνω από 2 συνθήκες μέτρησης.

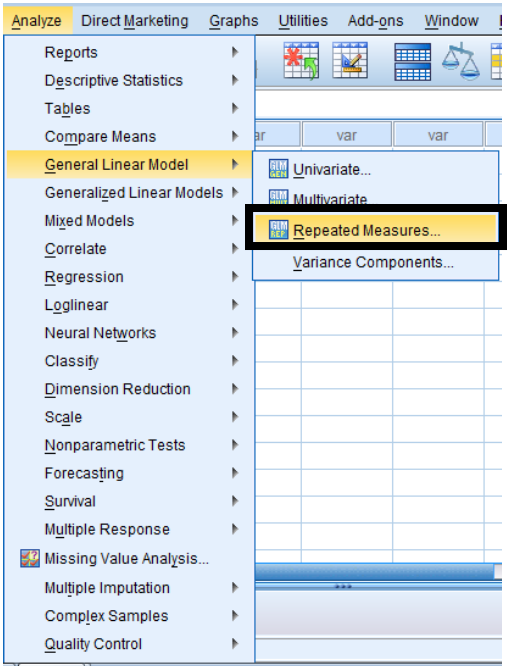
Οι υποθέσεις μας είναι οι ακόλουθες :

H0: $\boldsymbol{\mu_{normal} = \mu_{loud} = \mu_{soft}}$

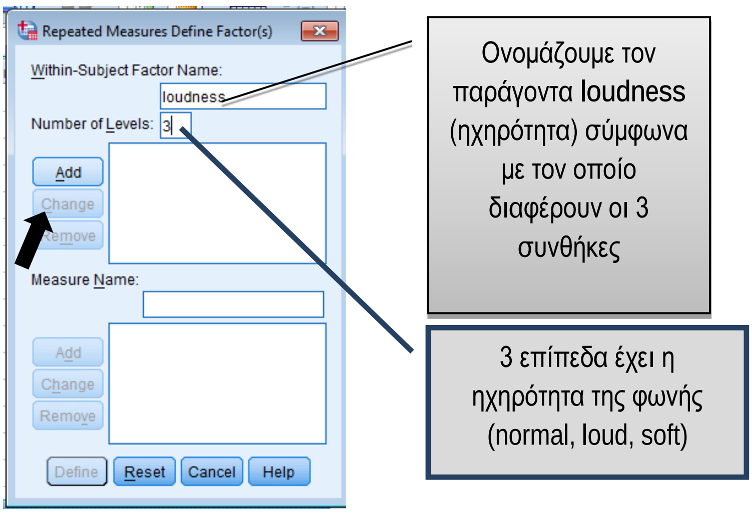
H1: Οι μέσες τιμές δεν είναι όλες ίσες

[2] Η έρευνα αυτή στηρίχθηκε στην έρευνα των Brockmann, M., et.al. (2008). Voice loudness and gender effects on jitter and shimmer in healthy adults. Journal of speech, language and hearing research, 51(5):115-60.

Αφού εισάγουμε τα δεδομένα επιλέγουμε :
Analyze >>> General Linear Model >>>Repeated Measures

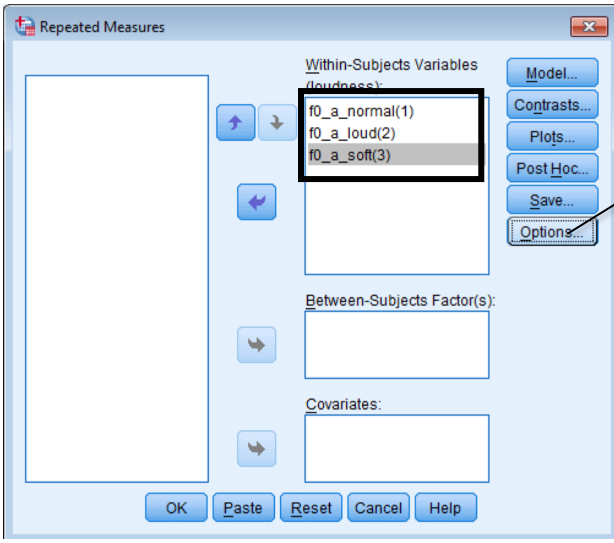


Στη νέα καρτέλα ορίζουμε την ανεξάρτητη μεταβλητή ηχηρότητας και τα επίπεδα που έχει όπως παρακάτω:



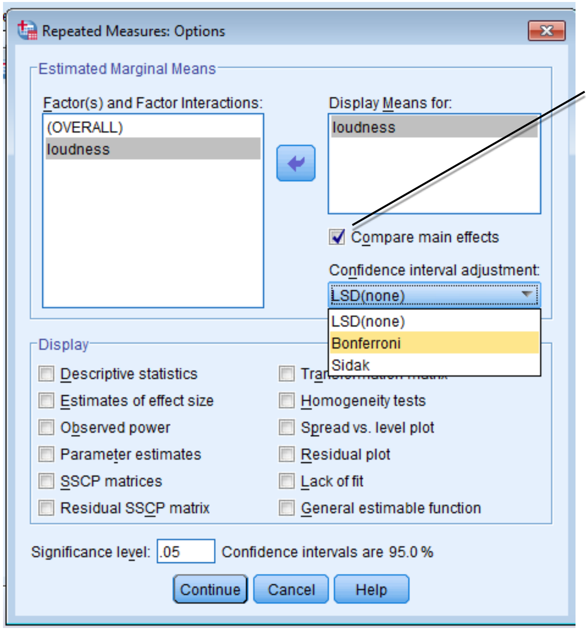
Αφού συμπληρώσουμε τις πληροφορίες και πατήσουμε το πλήκτρο Add τροποποιείται η καρτέλα και στη συνέχεια επιλέγουμε το πλήκτρο Define.

Στην καρτέλα που εμφανίζεται επιλέγουμε τις 3 μεταβλητές και τις μεταφέρουμε δεξιά κάτω από το Within-Subjects Variables (loudness) ώστε να έχουμε



Επιλέγουμε το Options για να γίνουν και συγκρίσεις ανά δύο

Μεταφέρουμε το loudness κάτω από το Display Mean for: προκειμένου να επιλέξουμε τρόπο για σύγκριση των μέσων όρων ανά δύο (Post-Hoc tests). Δηλαδή αν βρεθεί στατιστική σημαντικότητα θέλουμε να βρούμε ποια συγκεκριμένα ζευγάρια: loud-normal, loud-soft, normal-soft διαφέρουν.



Επιλογή Compare main effects

Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία και βρούμε τα αποτελέσματα στην οθόνη εξόδου του SPSS®, από τους πίνακες που εμφανίζονται μας ενδιαφέρουν οι παρακάτω :

Within-Subjects Factors

Measure: MEASURE_1

loudness	Dependent Variable
1	f0_a_normal
2	f0_a_loud
3	f0_a_soft

Mauchly's Test of Sphericity[b]

Measure:MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.
loudness	,391	21,624	2	**,000**

Παραβιάζεται η σφαιρικότητα, (Sig.< 0,05) επομένως στον επόμενο Πίνακα μας ενδιαφέρει η σημαντικότητα που σχετίζεται με το Greenhouse-Geisser

Tests of Within-Subjects Effect

Measure:MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
loudness	Sphericity Assumed	33107,574	2	16553,787	34,074	,000
	Greenhouse-Geisser	33107,574	1,243	26642,311	34,074	**,000**
	Huynh-Feldt	33107,574	1,277	25921,049	34,074	,000
	Lower-bound	33107,574	1,000	33107,574	34,074	,000
Error(loudness)	Sphericity Assumed	23319,317	48	485,819		
	Greenhouse-Geisser	23319,317	29,824	781,896		
	Huynh-Feldt	23319,317	30,654	760,729		
	Lower-bound	23319,317	24,000	971,638		

Στατιστική σημαντικότητα, (Sig.< 0,05) επομένως στον επόμενο Πίνακα βλέπουμε ποια ακριβώς ζεύγη διαφέρουν στατιστικώς σημαντικά

Pairwise Comparisons

Measure:MEASURE_1

(I) loudness	(J) loudness	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[a]	95% Confidence Interval for Difference[a]	
					Lower Bound	Upper Bound
1 →	**2**	-39,536*	5,819	**,000**	-54,511	-24,561
	3	8,764	3,931	,106	-1,353	18,882
2	1	39,536*	5,819	**,000**	24,561	54,511
→	**3**	48,301*	8,203	**,000**	27,190	69,412
3	1	-8,764	3,931	,106	-18,882	1,353
	2	-48,301*	8,203	**,000**	-69,412	-27,190

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the ,05 level.

a. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

Έτσι βρίσκουμε ότι υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά (Sig.[a] < 0,05) μεταξύ:

- Κανονικής φώνησης (**normal**) και φώνησης με μεγάλη ένταση (**loud**) με p< .000
- Φώνησης με μεγάλη ένταση (**loud**) και φώνησης με χαμηλή ένταση (**soft**) με p< .000.

Επομένως απορρίπτουμε την μηδενική και δεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση :

***H₁* : Οι μέσες τιμές δεν είναι όλες ίσες**

7.5 Παραδείγματα Independent Samples t-test

Παράδειγμα 7.5.1

128 άτομα 19 ετών τυπικού πληθυσμού και 78 άτομα με προβλήματα λόγου υπεβλήθησαν στο PPVT-R και βρέθηκε η επίδοσή τους να είναι αντίστοιχα:

$\bar{x}_1 = 105$ και $s_1 = 16$ στα άτομα τυπικού πληθυσμού

$\bar{x}_2 = 80$ και $s_2 = 16$ στα άτομα με προβλήματα λόγου.

Να βρεθεί αν τα άτομα με προβλήματα λόγου έχουν την ίδια επίδοση με αυτά του τυπικού πληθυσμού.

Λύση

α) Με βάση την ερώτηση μπορούμε να ορίσουμε τις υποθέσεις μας ως εξής:

H_0	$\mu_{ΠΡΟΒ.Λ.} - \mu_{Τ.Π.} = 0$	**Δεν υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά στην επίδοση στο** PPVT-R **μεταξύ των ατόμων τυπικού πληθυσμού και των ατόμων με προβλήματα λόγου**
H_1	$\mu_{ΠΡΟΒ.Λ.} - \mu_{Τ.Π.} \neq 0$	**Υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά στην επίδοση στο** PPVT-R **μεταξύ των ατόμων τυπικού πληθυσμού και των ατόμων με προβλήματα λόγου**

Επομένως έχουμε διπλής κατεύθυνσης υπόθεση. ***Επειδή οι τυπικές αποκλίσεις είναι ίδιες το*** s ***δεν χρειάζεται να το υπολογίσουμε γιατί θα είναι:***

$$s = s_1 = s_2 = 16$$

Επομένως: $$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{105 - 80}{16\sqrt{\frac{1}{128} + \frac{1}{78}}} = \frac{25}{16\sqrt{0.02}} = 11{,}16$$

Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον Πίνακα Κρίσιμων t-τιμών (στο Παράρτημα) ώστε να συγκρίνουμε την κρίσιμη τιμή ***t*** του Πίνακα με την τιμή ***t*** που βρήκαμε.

Για το σκοπό αυτό πρέπει να λάβουμε υπόψη μας τους βαθμούς ελευθερίας df. Οι βαθμοί ελευθερίας είναι $df = n_1 + n_2 - 2$

Επομένως για το παράδειγμά μας είναι: $df = 128 + 78 - 2 = 204$

Από τον Πίνακα (Παράρτημα) βλέπουμε ότι για βαθμούς ελευθερίας $df = 204$ δεν υπάρχει τιμή διαθέσιμη. Επομένως χρησιμοποιούμε την πλησιέστερη που αντιστοιχεί σε βαθμούς ελευθερίας $df = 100$ και επομένως για διπλής κατεύθυνσης 0,05 είναι t=1,984.

Χρησιμοποιούμε διπλής κατεύθυνσης γιατί η υπόθεση μας δεν δίνει κατεύθυνση (επομένως είναι διπλής κατεύθυνσης) και έτσι μας ενδιαφέρει κατ' απόλυτο τιμή ότι η t-τιμή που βρήκαμε είναι ***μεγαλύτερη της παραπάνω κρίσιμης τιμής (1,984)***.

Επομένως είναι στατιστικώς σημαντική η διαφορά και έτσι απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική που λέει ότι «***Υπάρχει στατιστικώς σημαντική διαφορά στην επίδοση στο*** *PPVT-R* ***μεταξύ των ατόμων τυπικού πληθυσμού και των ατόμων με προβλήματα λόγου***».